

Geometrija 3, prvi test 2012/13

Ime i prezime, broj indeksa, smer _____

1. Dat je skup tačaka $\mathcal{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 = 2x\}$.

(a) Odrediti (po jednu) regularnu parametrizovanu krivu α i parametrizovanu krivu β koja nije regularna, tako da im je skup slika (trag, nosač krive) dati skup $\mathcal{S}$.

(b) Odrediti funkciju dužine luka krive α . Da li se kriva α može prirodno parametrizovati?

(Pomoć: $\int \sqrt{z^2 + 1} dz = z\sqrt{z^2 + 1} + \ln|z + \sqrt{z^2 + 1}|$)

2. Data je kriva svojom parametrizacijom $\beta(t) = (-\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t)$, $t \in \mathbb{R}$.

(a) Odrediti jednačinu tangente p u proizvoljnoj tački $P = \beta(t_0)$ krive.

(b) Dokazati da je prava p simetrala ugla $\angle APB$, pri čemu je $A(-\sqrt{2}, 0)$, $B(\sqrt{2}, 0)$. Skicirati i objasniti.

3. Data je kriva svojom polarnom jednačinom $\rho = 1 - \cos \theta$.

(a) Skicirati datu krivu i naznačiti parametar na crtežu.

(b) Izračunati dužinu date krive.

4. Data je kriva $\gamma(t) = (t + \sqrt{3} \sin t, 2 \cos t, t\sqrt{3} - \sin t)$, $t \in \mathbb{R}$.

(a) Odrediti Freneov reper krive γ .

(b) Izračunati krivinu i torziju krive γ i dokazati da je kriva kružni heliks.

5. Neka je α regularna kriva parametrizovana proizvoljnim parametrom t , $\kappa \neq 0$ njena krivina, τ torzija i v brzina krive.

(a) Predstaviti vektor ubrzanja u Freneovoj bazi krive i izračunati njegov intenzitet, tj. ubrzanje krive.

(b) Interpretirati dobijene formule u slučaju prirodno parametrizovane krive.